EXERCICES

Exercice 1 :

Soit $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$$x \mapsto \begin{cases} \dfrac{|x|}{x}\sqrt{|x|} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$$

1°/ Montrer que f est continue sur $\mathbf{R}$.

2°/ Etudier la dérivabilité de f en 0.

3°/ Calculer pour chaque $x \neq 0$, $f'(x)$.

4°/a) Démontrer que f est strictement monotone sur $\mathbf{R}$.

b) Montrer que f admet une fonction réciproque notée g.

c) Montrer que $\forall x \in \mathbf{R}$, $g(x) = x \cdot |x|$.

5°/a) Montrer que g est dérivable en 0.

b) Calculer $g'(x)$ pour $x \neq 0$.

Exercice 2 :

Soit $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$$x \mapsto \sqrt{2x-4}+1$$

1°/ Préciser le domaine de définition D de f.

2°/ Montrer que f est continue sur D.

3°/ Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 2$ et interpréter géométriquement le résultat obtenu.

4°/ Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} que l'on déterminera.

Exercice 3 :

Soit $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$$x \mapsto x^3 + x + 1$$

1°/ Montrer que f est une bijection de $\mathbf{R}$ sur $\mathbf{R}$.

2°/ Soit g la réciproque de f (on ne demande pas le calcul de $g(x)$).

a) Calculer $g(1)$.

b) Préciser le domaine de continuité et de dérivabilité de g.